

# EL ÁBACO

Marcos Casasola Romero

Patricia Coy González

Alba Cuadrado Pascual

Miriam Micó Gómez

Marina Molina Calero



## 1. El ábaco

Según Castro y Castro (2001):

Para aprender a contar y establecer el cardinal de un conjunto se pueden utilizar objetos corrientes de la vida real. Algunas características adicionales de estos objetos pueden facilitar la actividad de contar, como pueden ser bolas que ensarten. También se han diseñado materiales didácticos orientados al aprendizaje de los primeros conceptos numéricos. Ejemplos de material diseñado son los siguientes: [...] el ábaco (pág. 147).

El ábaco es un recurso manipulativo de acción-reflexión que reúne cualidades de primer orden para el aprendizaje de la idea relativa al valor de posición en el sistema de numeración decimal. Pero ésta no es su única utilidad, ya que nos permite profundizar en los conceptos de clasificación y ordenación, además de usarlo como modelo para la representación de decimales y unidades de longitud (Alsina, 2006; Hernán y Carrillo, 1991; López, 2008).

Existen varios tipos de ábacos y dependiendo de la edad de los alumnos y del uso que le vayamos a dar podemos escoger uno u otro. Algunos de los tipos que podemos encontrar son: ábaco chino, ábaco de cuentas externas: abierto o cerrado, ábaco ruso...

Una representación del ábaco (Figura 1) está compuesto de un armazón con varias columnas en las cuales hay diez bolitas. Cada una de estas columnas representa un orden de unidades que, para el sistema de numeración decimal, se concreta en que diez bolitas de una columna representan una bolita de la columna siguiente (mirando de derecha a izquierda). Debemos empezar a contar siempre de derecha a izquierda, por lo que en primer lugar encontramos las unidades, decenas, centenas, unidades de millar...

Como nuestras actividades van dirigidas al primer ciclo de primaria, utilizaremos ábacos que tengan un soporte (de madera o plástico) del que salen, concretamente, tres varillas que representan las unidades, las decenas y las centenas.



*Figura 1. Ábaco*

El ábaco es fácil de ser utilizado por cualquier persona, incluso por personas con déficit visual facilitando la resolución de los ejercicios y problemas. El ábaco puede favorecer la agilidad mental y atención debido a que ayuda a despertar el interés en personas de todas las edades. Además, puede ayudar a realizar un cálculo rápido sin perder la comprensión. El uso del ábaco permite apoyar la destreza manual y unos hábitos de orden, y la comprensión de las operaciones que se realizan con lápiz y papel. Es de recalcar, que el ábaco requiere de quien lo utiliza, una atención constante ya que no se puede realizar correcciones parciales, es decir, si se comete un error, se debe comenzar nuevamente todo el proceso operatorio.

Por todo ello, si se quiere introducir el ábaco en la enseñanza de las matemáticas en la escuela es imprescindible que el maestro conozca las técnicas, sus ventajas y tenga confianza en los resultados que aporta el ábaco (Balestrino y Fernández, 1973). Es necesario que se introduzca el ábaco con motivación para despertar el interés de los alumnos y que estos comiencen su andadura con esta herramienta de forma positiva.

Para trabajar el ábaco en primer y segundo ciclo de educación primaria podemos destacar su uso manipulativo por lo que es posible trabajar los conceptos matemáticos de una forma no abstracta. Además para esta edad, el ábaco es una herramienta que ayuda a comprender el valor posicional y la idea de agrupamiento (es decir, que el alumno comprenda que diez elementos de un orden cualquiera, equivalen a un elemento del orden inmediatamente superior). Por ejemplo que diez unidades equivalen a una decena, y comprender cómo funciona el valor posicional del sistema de numeración.

### **1.1 Contenidos matemáticos cuyo aprendizaje se puede potenciar con el ábaco**

Con el ábaco podemos apoyar el aprendizaje de los números, las relaciones entre éstos y los algoritmos de las operaciones aritméticas. Con este recurso se pretende que el alumnado de primaria entienda los números, las maneras de representarlos y las relaciones que se establecen. Algunos de estos contenidos son:

- Conteos, agrupamientos y desagrupamientos.
- Lectura y escritura de números.
- Valor posicional.
- Antecesor y sucesor.
- Comparación de números.
- Algoritmos de las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división).

- Resolución de problemas mediante el uso de algún algoritmo.
- Números decimales.
- Suma y resta de números decimales.
- Descomposición de un número en sumandos y en factores.
- Representación de las unidades de medida.

## 2. Diseño de la propuesta

Nuestras actividades van dirigidas a 2º curso (primer ciclo de educación primaria). Por lo que nuestros alumnos tendrán edades comprendidas entre 7 y 8 años.

Los objetivos didácticos son:

- Elaborar un ábaco identificando la posición que atribuimos a las unidades, decenas y centenas.
- Identificar los números naturales escritos con cifras o representados.
- Representar números en el ábaco y ser capaces de pasar de una decena a la siguiente.
- Identificar el valor de posición de las cifras en un número y aplicarlas correctamente sobre el ábaco.
- Realizar sumas y restas utilizando el ábaco.
- Realizar varias descomposiciones de un número: descomposiciones canónicas y no canónicas. Identificando la equivalencia entre ambas.

Los contenidos que se trabajan son:

CONCEPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
-El Sistema de Numeración Decimal: valor posicional de las cifras.  -Composición y descomposiciones aditivas de números menores que 1.000, atendiendo al valor posicional de sus cifras.	-Representación de los números naturales menores que mil.  -Comparación de cantidades representadas en el ábaco (según el criterio de ordenación mayor/menor).  -Identificación de las diferentes descomposiciones de un número. - Realización de sumas y restas.	-Curiosidad e interés por conocer las diferentes formas de representar los números naturales utilizando el ábaco.  -Participación y colaboración activa en el trabajo.

## 2.1 Trayectoria de aprendizaje

En referencia al desarrollo de la comprensión del sistema de numeración decimal, nos fundamentamos en la teoría de Resnick (Llinares, 2001). Éste establece tres fases:

### *Fase 1: Descomposición canónica del número.*

En esta fase los niños solamente reconocen los números descompuestos en unidades, decenas y centenas. Son capaces de contar de 1 en 1, de 10 en 10, de 100 en 100, de 3 en 3... Algunas dificultades que muestran los alumnos, más concretamente en el contexto oral, son:

- Pasar a la siguiente decena. Por ejemplo, 29 a 30, 99 a 100. De hecho, cuando recitan la serie numérica se paran en el último número de una decena y lo repiten varias veces porque no saben cómo seguir.
- Omitir decenas enteras. Por ejemplo, cuando están recitando la serie numérica pasan del 29 al 40 (veintisiete, veintiocho, veintinueve,..., cuarenta, cuarenta y uno, cuarenta y dos...)
- Inventar palabras-números, que reflejan una vinculación con la decena de la que hablan pero que no son correctas. Por ejemplo, al recitar la serie del veinte reconocen el patrón veinte – xxx, y generan palabras nuevas “veinte-diez, veinte-once...

En el contexto cardinal, la dificultad más importante con la que se encuentran los alumnos es que muchas veces no son capaces de responder a la pregunta ¿cuántos hay? Ya que, cuentan hasta el número pero no saben decir cuántos hay y vuelven a contar. En ocasiones usan el 10 como unidad iterativa inventando algoritmos no estándares para facilitar la realización de las operaciones. Por ejemplo, Restar 28 de 62: “28 y 2, 30, de 30 a 60 van 30 (contando de diez en diez) y a 62 dos más, por lo tanto el resultado es 34”.

### *Fase 2: Descomposiciones múltiples*

En esta fase los alumnos comienzan a reconocer varias descomposiciones de un mismo número. Estas descomposiciones tienen diferentes exigencias cognitivas. Los alumnos son capaces de admitir la posibilidad de tener más de nueve unidades de un cierto orden en la representación concreta de un número (descomposiciones no canónicas del número). Además, son capaces de identificar las equivalencias entre diversas descomposiciones del número.

### *Fase 3: Aritmética formal*

En esta fase los alumnos usan y justifican las relaciones en los algoritmos estándares de las operaciones entre números naturales. Son capaces de entender y usar las relaciones entre las unidades de diferente orden de los números escritos para generar una explicación de los algoritmos de la adición, sustracción, multiplicación y división.

Con las actividades propuestas, pretendemos que los niños y niñas supere la fase uno de desarrollo en la comprensión del sistema de numeración decimal. Es decir, sea capaz de realizar descomposiciones múltiples de los números representando los números utilizando la descomposición en unidades, decenas y centenas, y que comiencen a utilizar las descomposiciones no canónicas (es decir, que admitan la posibilidad de tener más de nueve unidades en un cierto orden en la representación de un número).

## **2.2 Actividades**

Para llevar a cabo las actividades las metodologías que vamos a utilizar son las siguientes:

- *Metodología activa*: en todo momento existe una realizada actividad por el alumnado.
- *Metodología participativa*: esto supone la implicación del alumnado en su propio aprendizaje, por lo que el profesor o profesora pasa a un segundo plano como facilitador o guía del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- *Metodología global*: los contenidos que se trabajan son en muchos casos centros de interés para el alumnado.

Además, utilizaremos en algunas ocasiones el *aprendizaje cooperativo*, que según Kagan (2003) implica la participación igualitaria de todos los alumnos que colaboran. El objetivo que se pretende con esta metodología es conseguir que todos los alumnos se involucren en la tarea, y la enseñanza se convierta en un proceso más fácil y atractivo, incrementando el éxito de las evaluaciones.

CONTENIDO + ESTRUCTURA = ACTIVIDAD DE AULA

Algunas de las estructuras que vamos a utilizar son las siguientes (Kagan, 2003): *Roundtable* y *Roundrobin* (actividad 3), *RallyCoach* (actividad 6), *RallyQuiz* (actividad 4). La organización del aula, preferiblemente, será por grupos de 4 o 5 personas,

dependiendo del número de alumnos que tengamos. Tendremos siempre en cuenta los niveles de aprendizaje de cada alumno para así, intentar que todos los grupos estén compensados, es decir, que en un grupo haya un alumno con un nivel de aprendizaje alto, otro bajo y dos o tres de nivel medio.

#### ACTIVIDAD 1: Creamos un ábaco

Esta actividad consiste en que los alumnos diseñen su propio ábaco para trabajar con él en clase. Para ello, necesitaremos el siguiente material: un paquete de leche vacío, 30 tapones blancos (preferiblemente de leche) o 10 tapones rojos, otros 10 de color azul y otras 10 verdes, pintura acrílica (azul, rojo, verde, negro), tres tiras de alambre de unos 70 cm, un pincel, cartulina (azul, roja, verde) y cinta adhesiva negra (Figura 2).

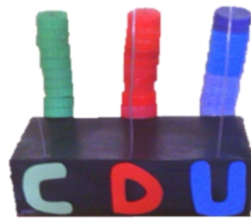


Figura 2. Ábaco realizado

En primer lugar, los alumnos pintarán el paquete de leche de color negro, y dejarán secar. Seguidamente, les repartiremos 10 tapones blancos que pintarán de azul, que representarán las unidades; de la misma manera, representarán las decenas de rojo y las centenas de verde. El maestro deberá realizar unos pequeños agujeros en los paquetes de leche y en los tapones y los alumnos pasarán sus tiras de alambre, cada una por un agujero, dejando así el otro extremo abierto. Los alumnos meterán los tapones en su alambre correspondiente. En tercer lugar, el maestro ayudará a los alumnos a cerrar su ábaco, metiendo el extremo abierto del alambre por el agujero opuesto al primero, de forma que crearemos un arco donde los tapones quedarán encerrados para que no puedan salirse ni perderse. Finalmente, con letras hechas de cartulina, pondremos una U debajo del alambre que representa las unidades, una D, para representar las decenas, y una C para las centenas. Con esta actividad se pretende que nuestros alumnos se familiaricen y conozcan el ábaco.

Los alumnos trabajarán de forma individual compartiendo material. El material que utilizarán será el descrito anteriormente y tendrá una duración aproximadamente de dos sesiones (aproximadamente 80 minutos).



## ACTIVIDAD 2: ¡Bingo!

Los objetivos son:

- Identificar los números naturales escritos con cifras o representados.
- Representar números en el ábaco y ser capaces de pasar de una decena a la siguiente.

Esta actividad consiste en el tradicional juego de bingo. Un alumno o el maestro debe decir un número de forma oral y el resto del grupo deberá buscarlo en su cartón, pero en esta ocasión, los números que aparecen en los cartones pueden ser cifras (5, 20, 7...) o representados en un ábaco. Se repartirán dos cartones con las mismas combinaciones de números. De este modo, cuando alguien diga bingo (si todos lo han marcado de forma correcta) saldrán dos alumnos con el bingo, y con un ábaco, realizarán las combinaciones que han hecho para cantar bingo, y comprobar que es correcto. En el caso de que salga el número 15, un alumno lo tendrá como 15, y el otro como se representa en el ábaco el número 15. Para finalizar esta actividad, los alumnos que canten bingo deberán salir a la pizarra. Uno de ellos dirá un número y el otro compañero representará el número que le sigue. Ejemplo: si aparece el 29, el compañero deberá representar el número 30. Con esto pretendemos que los alumnos pasen de una decena a la siguiente. Para ello, el bingo estará preparado con muchos números que tengan 9 unidades para provocar el cambio a la decena siguiente. Con esta actividad, nuestros alumnos, mediante algo que ven como un juego, deberán ser capaces de identificar y representar los números naturales en el ábaco, además de pasar de una decena a la siguiente. Esta actividad se realizará de forma individual. Para llevarla a cabo, los alumnos utilizarán los cartones que previamente se le repartirán (Figura 3), así como fichas, para tapar los números acertados, y un ábaco. Esta actividad tendrá una duración aproximada de 20 minutos.

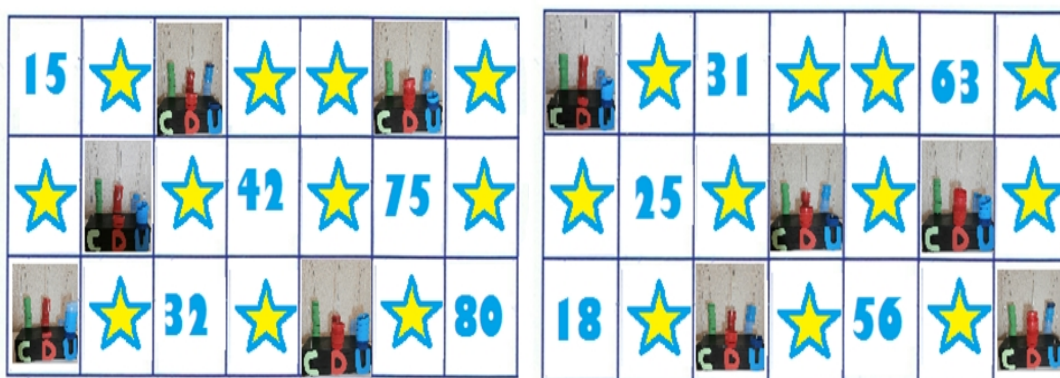


Figura 3. Ejemplo de cartones

**ACTIVIDAD 3: Comparamos nuestros ábacos**

Los objetivos son:

- Reconocer el valor posicional de las cifras en un número.
- Comparar los números representados en el ábaco.

Esta actividad consiste en que los alumnos deben comparar cada par de ábacos que les proporcione el maestro. Deberán discutir en grupo la razón por la que creen que un ábaco con pocas bolitas puede representar una cantidad más grande que un ábaco con muchas bolitas. Después, deberán escribir la respuesta que considere el grupo en una hoja y entregársela al maestro. Además, tendrán que exponer su decisión al resto de compañeros. Con esta actividad se pretende que nuestros alumnos reconozcan el valor de posición de los números y con ello sean capaces de identificar cuál de los números que les ofrecemos representados es mayor y por qué. Los alumnos trabajarán en pequeño grupo (4 o 5 alumnos) y utilizarán ábacos, las fichas que les proporcionaremos, un lápiz, un borrador y colores (rojo y azul). Esta actividad tendrá una duración aproximada de 20 minutos.

**ACTIVIDAD 4: ¿Qué número es?**

Los objetivos que queremos alcanzar son:

- Identificar el valor de posición de las cifras en un número y aplicarlas correctamente sobre el ábaco.
- Representar simbólicamente números naturales.

Esta actividad consiste en que los alumnos, por parejas, vayan preguntándose números y representándolos en el ábaco y viceversa. En primer lugar, el alumno A dirá un número al alumno B, y éste tendrá que representarlo en su ábaco. A continuación se intercambiarán los roles. Una vez hayan hecho esto varias veces, el alumno A mostrará su ábaco con un número representado en él y será su compañero B quien le diga de qué número se trata. Al igual que anteriormente, se intercambiarán los roles.

Con esta actividad se pretende que nuestros alumnos reconozcan y representen números naturales en el ábaco. Los alumnos, para trabajar esta actividad, solamente necesitarán ábacos. Más concretamente dos, ya que cada miembro de la pareja tendrá el suyo. Esta actividad tendrá una duración aproximada de 15 minutos.

## ACTIVIDAD 5: El ábaco y las TICs

Los objetivos son:

- Identificar las representaciones en el ábaco con el número correspondiente.
- Representar un número dado en el ábaco.
- Realizar sumas y restas utilizando el ábaco.

<http://genmagic.net/repositorio/displayimage.php?pos=-340>

Esta actividad consiste en representar números de tres cifras en un ábaco interactivo donde los alumnos deben identificar que cifra es la unidad, la decena y la centena.

<http://www.genmagic.net/repositorio/albums/userpics/abac2c.swf>

Aquí, la actividad consistirá en identificar el número representado en el ábaco.

[http://www.cuadernosdigitalesvindel.com/juegos/juego\\_abaco.php](http://www.cuadernosdigitalesvindel.com/juegos/juego_abaco.php)

Finalmente, terminaremos esta tarea en la cual podemos realizar sumas y restas con y sin llevadas, dependiendo del nivel que tengan nuestros alumnos. Consiste en representar los sumandos en el ábaco y, así, hallar la solución, ya que los niños pueden realizar un conteo con las bolitas que han ido colocando en el ábaco interactivo. Con esta actividad se pretende que nuestros alumnos trabajen las representaciones en el ábaco y realicen sumas y restas utilizando el potencial de este material. Estas actividades pueden realizarse de varias maneras distintas: en gran grupo utilizando la pizarra digital y que vayan saliendo voluntarios; o por parejas o de manera individual utilizando ordenadores. Esta actividad tendrá una duración aproximada de 50-55 minutos.

## ACTIVIDAD 6: Descomponemos números.



Los objetivos que queremos alcanzar son:

- Representar simbólicamente cantidades de números naturales.
- Conocer y saber aplicar las reglas de formación de número, manipulando el ábaco.
- Realizar descomposiciones de un número: descomposiciones canónicas y no canónicas.
- Identificar la equivalencia entre descomposiciones.

Esta actividad consiste en que los alumnos, por parejas, vayan realizando la ficha que les proporcionemos y haciendo las respectivas representaciones en el ábaco.

En la ficha (Figura 4) se encuentra especificado el momento en que realizará la tarea el alumno A y el alumno B. (Se representan números en el ábaco, se dibujan y se hacen descomposiciones canónicas y no canónicas).

## Descomponemos números

Nombre alumno A

Nombre alumno B

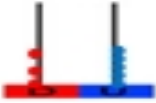



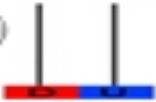


35		$3 \text{ D } + 5 \text{ U } = 30 + 5$	$21 + 14$
47	A 	<input style="width: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%;" type="text"/>
52	B 	<input style="width: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%;" type="text"/>
28	A 	<input style="width: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%;" type="text"/>
63	B 	<input style="width: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%;" type="text"/>
81	A 	<input style="width: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%;" type="text"/>
19	B 	<input style="width: 100%;" type="text"/>	<input style="width: 100%;" type="text"/>

Figura 4. Ejemplo de ficha

Con esta actividad se pretende que nuestros alumnos trabajen las representaciones de diferentes descomposiciones de números naturales de dos cifras simbólicamente, que sepan cómo formar un número y representarlo en el ábaco y realizar descomposiciones tanto canónicas como no canónicas de un número. Para llevar a cabo esta actividad los alumnos utilizarán ábacos, las fichas que les proporcionaremos, un lápiz, un borrador y colores (rojo y azul) y tendrá una duración aproximada de 30 minutos.

### 3. Evaluación

Los criterios que vamos a utilizar para llevar a cabo la evaluación de nuestros alumnos son:

- Reconoce las cifras de un número.
- Representa cifras en el ábaco e identifica el número.
- Es capaz de pasar de una decena a la siguiente.
- Identifica y conoce el valor de posición de las cifras.
- Es capaz de sumar y restar utilizando el ábaco.
- Realiza descomposiciones canónicas.
- Realiza descomposiciones no canónicas.

### REFERENCIAS

- Alsina, A. (2006). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos: Para niños y niñas de 6 a 12 años*. Madrid: Narcea
- Balestrino, M. L. I. y Fernández, I. M. (1973). *El ábaco: Su importancia para la enseñanza de las Matemáticas a Disminuidos visuales*. En ICEVH. Córdoba (Argentina): ICEVH.
- Castro, E. y Castro, E. (2001). *Primeros conceptos numéricos. La didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. Madrid: Síntesis.
- Hernán, F. y Carrillo, E. (1991). *Recursos en el aula de matemáticas*. Madrid: Síntesis
- Kagan, S. A. (2003). Brief History of Kagan Structures. San Clemente, CA: Kagan Publishing. *Kagan Online Magazine*, Spring
- Llinares, S. (2001). El sentido numérico y la representación de los números naturales. En E. Castro (Ed.) *La didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. (pp.151-175) Madrid: Síntesis
- López, S. (2008). Ábaco. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 153– 156.